

Задание 9. Арифметические преобразования

Формулы сокращенного умножения

1. Квадрат суммы (разности) $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

2. Разность квадратов $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$

3. Куб суммы (разности) $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 \pm b^3$

4. Сумма (разность) кубов $a^3 \pm b^3 = (a \pm b) \cdot (a^2 \mp a \cdot b + b^2)$

5. $x^n - a^n$ делится на $x - a$ ($n \in \mathbb{N}, x \neq a$)

$$x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-1})$$

6. $x^n + a^n$ делится на $x + a$ ($n \in \mathbb{N}, n$ – нечетно, $x \neq -a$)

$$x^n + a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots + a^{n-1})$$

7. $x^n - a^n$ делится на $x + a$ ($n \in \mathbb{N}, n$ – четно, $x \neq -a$)

$$x^n - a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots - a^{n-1})$$

Действия над числами

- Переместительный закон сложения: $a + b = b + a$.
- Сочетательный закон сложения: $(a + b) + c = a + (b + c)$.
- Переместительный закон умножения: $ab = ba$.
- Сочетательный закон умножения: $(ab)c = a(bc)$.
- Распределительный закон умножения относительно сложения: $(a + b)c = ac + bc$.
- Распределительный закон умножения относительно вычитания: $(a - b)c = ac - bc$.

Степени и корни

$a^n = a \cdot a \cdot a \dots \cdot a$, если n – натуральное число

a – основание степени, n – показатель степени

Арифметическим квадратным корнем из неотрицательного числа a – (\sqrt{a}) – называется неотрицательное число, квадрат которого равен a .

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Корнем k -ой степени из a (k – нечетное) называется число, k -ая степень которого равна a .

Таблица квадратов

	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
1	121	441	961	1681	2601	3721	5041	6561	8281	10201	12321	14641
2	144	484	1024	1764	2704	3844	5184	6724	8464	10404	12544	14884
3	169	529	1089	1849	2809	3969	5329	6889	8649	10609	12769	15129
4	196	576	1156	1936	2916	4096	5476	7056	8836	10816	12996	15376
5	225	625	1225	2025	3025	4225	5625	7225	9025	11025	13225	15625
6	256	676	1296	2116	3136	4356	5776	7396	9216	11236	13456	15876
7	289	729	1369	2209	3249	4489	5929	7569	9409	11449	13689	16129
8	324	784	1444	2304	3364	4624	6084	7744	9604	11664	13924	16384
9	361	841	1521	2401	3481	4761	6241	7921	9801	11881	14161	16641

Таблица нескольких степеней

$a \backslash n$	2	3	4	5	6	7
2	4	8	16	32	64	128

3	9	27	81	243	729	2187
4	16	64	256	1024	4096	16384
5	25	125	625	3125	15625	78125
6	36	216	1296	7776	46656	279936
7	49	343	2401	16807	117649	823543

Свойства степени

$$a^0 = 1,$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n \div a^m = a^{n-m}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

Логарифмы

$$a^b = c, \quad \log_a c = b$$

$$e = 2.7$$

lnx- логарифм по основанию e.

lgx – логарифм по основанию 10.

$$\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$$

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$c \cdot \log_a b = \log_a b^c$$

$$\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \cdot \log_a b, \quad c \neq 0$$

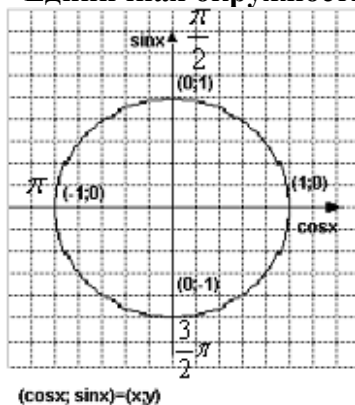
$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}, \quad c \neq 1, b \neq 1$$

$$\frac{\log_n b}{\log_n c} = \frac{\log_m b}{\log_m c} = \log_c b$$

$$\log_n b \cdot \log_m c = \log_m b \cdot \log_n c$$

$$a^{\log_a c} = c$$

Тригонометрия Единичная окружность



Знаки тригонометрических функций



Основные углы

α	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0	-

Формулы приведения

Функции	Углы							
	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi k - \alpha$	$2\pi k + \alpha$
sin	cos α	cos α	sin α	- sin α	- cos α	- cos α	- sin α	sin α
cos	sin α	- sin α	- cos α	- cos α	- sin α	sin α	cos α	cos α
tg	ctg α	- ctg α	- tg α	tg α	ctg α	- ctg α	- tg α	tg α
ctg	tg α	- tg α	- ctg α	ctg α	tg α	- tg α	- ctg α	ctg α

Основные тождества и их следствия

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin x = \pm\sqrt{1 - \cos^2 x}; \quad \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\cos x = \pm\sqrt{1 - \sin^2}; \quad \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{ctg} x}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Формулы двойного аргумента

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \cdot \sin^2 x = 2 \cdot \cos^2 x - 1$$

Формулы понижения степени

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

Формулы сложения и вычитания аргументов

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

Формулы преобразования сумм в произведение

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$