Задание 17. Задачи практического содержания

x – первоначальная сумма;
k – годовой процент банка;
Долг через год: $x + x \cdot k\% = (1 + 0{,}01k)x$

Арифметическая прогрессия

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d \cdot (n-1)}{2} \cdot n$$

Геометрическая прогрессия

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_{n-1} \cdot b_{n+1} = b_n^{\ 2}$$

$$S_n = \frac{b_n \cdot q - b_1}{q-1} = b_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$$

$$S = \frac{b_1}{1-q} - \textit{сумма бесконечно}$$

$$\textit{убывающей прогрессии } (0 \prec |q| \prec 1)$$

Сложные проценты

Величина S_0 , увеличиваемая на p% в течение n периодов в конце n-го этапа становится равной

$$S_n = S_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n,$$

при этом

$$1 + 0{,}01p = \sqrt[n]{\frac{S_n}{S_0}}.$$

при последовательном изменении величины 0 S на % p_n в течение n периодов, она становится равной

$$S_n = S_0 \left(1 + \frac{p_1}{100}\right)\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 + \frac{p_n}{100}\right),$$

где величины p_n могут быть как положительными при увеличении величины на p%, так и отрицательными при уменьшении величины на p%.

Кредиты

Теорема об аннуитетных платежах. Обобщая вышеприведенные рассуждения на случай n платежных периодов (дней, месяцев, лет), получим общие формулы, связывающие сумму кредита S_0, коэффициент $m = 1 + 0{,}01q$, где $q\%$ — процентная ставка за период, величину текущего долга S_n и постоянную выплату x: $S_n = m^n S_0 - (1 + m + \ldots + m^{n-1})x$, и тогда

$$S_n = m^n S_0 - \frac{m^n - 1}{m - 1}x, \qquad x = \frac{m^n(m-1)}{m^n - 1}S_0, \qquad S_0 = \frac{m^n - 1}{m^{n+1} - m^n}x, \qquad n = \log_m \frac{x}{x - S_0(m-1)}.$$

Теорема о дифференцированных платежах. Повторив решение предыдущей задачи для n месяцев, получим общие формулы для дифференцированных платежей. Пусть на n платежных периодов (дней, месяцев, лет) в кредит взята сумма S_0, причем каждый платежный период долг сначала возрастет на $q\%$ по сравнению с концом предыдущего платежного периода, а затем вносится оплата так, что долг становится на одну и ту же сумму меньше долга на конец предыдущего платежного периода. Тогда величина переплаты П и полная величина выплат В за все время выплаты кредита даются формулами

$$\Pi = \frac{q}{100}\cdot\frac{n+1}{2}S_0, \qquad \text{В} = S_0 + \Pi = S_0\left(1 + \frac{q(n+1)}{200}\right).$$