Задание 19. Теория чисел

N – Натуральное число
Пример:1,2,3,….
Z – Целое число
Пример: …,-5,..,-2,-1,0,1,2,…,5,…
Q - Рациональное число: $\frac{a}{c}$, где а – целое число, с – натуральное число.
Пример: $\ldots -\frac{9}{4}, -1, -\frac{3}{5}, -\frac{2}{5}, \ldots, 0, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, 1, \frac{9}{4}, \ldots$
R – Действительное число
Пример: $\ldots -\sqrt{5}, -2, -\frac{3}{2}, -1, 0, \frac{3}{2}, 2, \sqrt{5}, \ldots$

Четное число – число, которое делится на 2 (0; ±2; ± 4; …) Числа вида: $a = 2n$

Нечетное число – число, которое не делится на 2 (0; ±1; ± 3; …). Числа вида: $a = 2n + 1$.

Утверждения:

- Сумм любого числа четных слагаемых четна.
- Сумма четного числа нечетных слагаемых четна. Сумма нечетного числа нечетных слагаемых нечетна.
- Пусть имеется произведение нескольких множителей. Если все множители нечетны, то произведение нечетно. Если хотя бы один множитель четный, то произведение четно.

Деление с остатком
Любое число a можно разделить с остатком на любое число $b \neq 0$, т.е. существуют числа q и r такие, что $a = bq + r$, и при этом будет выполнено неравенство $0 \leq r < |b|$. Число a – частное, число r – остаток от деления a на b.

Каноническое разложение
Если натуральное число p не равно 1 и не имеет других натуральных делителей, кроме 1 и p, то такое число p называется **простым** (пример простых чисел: 2, 3, 5, 7, 13, 19, 23, …). Число 2 – единственное четное простое число.

Число, не равное 1 и не являющееся простым, называется **составным**.

Каноническое разложение числа $a = p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \ldots \cdot p_s^{n_s}$, где p- простые множители, n^s- показатели степени.

Взаимно простые числа

Числа называются взаимно простыми, если они не имеют Числа a и b называются взаимно простыми, если НОД$(a, b) = 1$.

Числа a и b называются взаимно простыми, если дробь $\frac{a}{b}$ -несократима.

Задание 19. Теория чисел пифагорчик.рф

Числа взаимно простые тогда и только тогда, когда их канонические разложения состоят из непересекающихся наборов простых чисел.

Свойства взаимно простых чисел:

1. Если некоторое число делится на a и b, то оно делится и на их произведение ab.
2. Если an делится на b, то n делится на b.

Последовательности

Арифметическая прогрессия – это последовательность, каждый член которой равен сумме предыдущего члена и некоторого фиксированного числа.
Фиксированное число d – разность арифметической прогрессии.

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n = \frac{2a_1 + d\cdot(n-1)}{2}\cdot n$$

Если числа a, b, c образуют арифметическую прогрессию, то

$$2b = a+c.$$

Геометрическая прогрессия – последовательность, каждый член которой равен произведению предыдущего члена и некоторого фиксированного числа q (знаменатель геометрической прогрессии).

$$b_n = b_1\cdot q^{n-1}$$

$$b_{n-1}\cdot b_{n+1} = b_n^{\,2}$$

$$S_n = \frac{b_n\cdot q - b_1}{q-1} = b_1\cdot\frac{1-q^n}{1-q}$$

$$S = \frac{b_1}{1-q} - \text{сумма бесконечно убывающей прогрессии } (0 \prec |q| \prec 1)$$

Если числа a, b, c образуют арифметическую прогрессию, то

$$b^2 = ac$$

Представление конечной целочисленной геометрической прогрессии.

- Геометрическая прогрессия из трех целых чисел имеет вид $ka^2, kab, kb^2 (k, a, b -$ целые).
- Геометрическая прогрессия из четырех целых чисел имеет вид ka^3, ka^2b, kab^2, kb^3.

- Геометрическая прогрессия из пяти целых чисел имеет вид $ka^4, ka^3b, ka^2b^2, kab^3, kb^4$.
- Геометрическая прогрессия состоит из $c_1, c_2, \ldots, c_n$, тогда существуют целые k, a, b такие, что

$$c_1 = ka^{n-1}, c_2 = ka^{n-2}b, c_3 = ka^{n-3}b^2, c_n = kb^{n-1}.$$