Вспомогалка по 9 прототипу ЕГЭ

Областью определения уравнения *f(x) = g(x)* называют множество всех тех значений переменной *x*, при которых и выражение *f(x)*, и выражение *g(x)* имеют смысл.

Функция	Условие
$y=\frac{g(x)}{f(x)}$	$f(x)\neq 0$
$y=\sqrt{f(x)}$	$f(x)\geq 0$
$y=\log_{g(x)} f(x)$	$\begin{cases} f(x)\succ 0 \\ g(x)\succ 0 \\ g(x)\neq 1 \end{cases}$
$y=tg\ f(x)$	$f(x)\neq \pi/2+\pi m$

Квадратное уравнение

$ax^2+bx+c=0$

Дискриминант: $D=b^2-4ac$

Если $D\prec 0$, то нет корней $x\in\varnothing$

$D=0$, то существует один корень $x_1=x_2$

$D\succ 0$, то существует два корня $x_1;x_2$

Формула корней: $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$

Частные случаи:

1) Если a+ b+ c = 0, то $x_1 = 1, x_2 = c/a$.

2) Если b = a + c, то $x_1 = -1, x_2 = -c/a$.

Разложение квадратного трехчлена на линейные множители: $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Теорема Виета

Приведенное квадратное уравнение: $ax^2+bx+c=0$

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$$

$$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$$

Рациональные уравнения

$$\frac{p(x)}{q(x)}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} p(x)=0 \\ q(x)\neq 0 \end{array}\right.$$

Алгоритм:

1. найти общий знаменатель всех имеющихся дробей;
2. заменить данное уравнение целым, умножив обе его части на общий знаменатель;
3. Решить полученное целое уравнение;
4. Исключить из его корней те, которые обращают в ноль общий знаменатель.

Иррациональные уравнения

Иррациональным называется уравнение, в котором переменная содержится под знаком корня или под знаком возведения в дробную степень.

$$\sqrt[n]{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = (g(x))^n \\ g(x) \ge 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ f(x) \ge 0 \end{array}\right.$$
$$n - четное$$

$$\sqrt[n]{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow f(x) = (g(x))^n$$
$$n - нечетное$$
$$\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x), n - нечетное$$

Показательные уравнения

Теорема. Уравнение $a^{f(x)}=a^{g(x)}$ ($a \succ 0, a \ne 1$)равносильно уравнению *f(x)=g(x).*

Теорема. Уравнение $f(x)^{g(x)} = f(x)^{h(x)}$ равносильно системе уравнений $\begin{cases} f(x) = 1, \\ f(x) \succ 0, \\ g(x) = h(x). \end{cases}$

Таблица нескольких степеней

a \ n	2	3	4	5	6	7
2	4	8	16	32	64	128
3	9	27	81	243	729	2187
4	16	64	256	1024	4096	16384
5	25	125	625	3125	15625	78125
6	36	216	1296	7776	46656	279936
7	49	343	2401	16807	117649	823543

Свойства степени

$a^0 = 1,$

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$a^n \div a^m = a^{n-m}$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

Логарифмические уравнения

Определение логарифма

$$a^b = c, \quad \log_a c = b$$

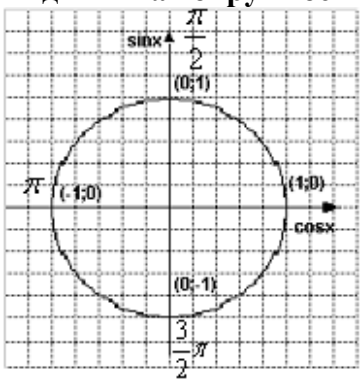
Свойства логарифмов

Основное логарифмическое тождество: $\boldsymbol{a^{\log_a b} = b}$

Теорема. Если $f(x) \succ 0$ и $g(x) \succ 0$, то уравнение $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ $a \succ 0, a \ne 1$ равносильно уравнению *f(x)=g(x).*

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Единичная окружность



(cosx; sinx)=(xy)

Основные углы

α	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	−1	0
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0	1
tg α	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	0	–	0
ctg α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	–	0	–