

ВСПОМОГАЛКА 20 задания ОГЭ СТЕПЕНИ

$a^n = a \cdot a \cdot a \dots \cdot a$, если n – натуральное число

a – основание степени, n – показатель степени

Таблица квадратов

	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
1	121	441	961	1681	2601	3721	5041	6561	8281	10201	12321	14641
2	144	484	1024	1764	2704	3844	5184	6724	8464	10404	12544	14884
3	169	529	1089	1849	2809	3969	5329	6889	8649	10609	12769	15129
4	196	576	1156	1936	2916	4096	5476	7056	8836	10816	12996	15376
5	225	625	1225	2025	3025	4225	5625	7225	9025	11025	13225	15625
6	256	676	1296	2116	3136	4356	5776	7396	9216	11236	13456	15876
7	289	729	1369	2209	3249	4489	5929	7569	9409	11449	13689	16129
8	324	784	1444	2304	3364	4624	6084	7744	9604	11664	13924	16384
9	361	841	1521	2401	3481	4761	6241	7921	9801	11881	14161	16641

Таблица нескольких степеней

$a \backslash n$	2	3	4	5	6	7
2	4	8	16	32	64	128
3	9	27	81	243	729	2187
4	16	64	256	1024	4096	16384
5	25	125	625	3125	15625	78125
6	36	216	1296	7776	46656	279936
7	49	343	2401	16807	117649	823543

Свойства степени

1. $a^0 = 1$

2. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

3. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

4. $a^n \div a^m = a^{n-m}$

5. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ и $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

6. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

7. $a^1 = a$

КОРНИ

Арифметическим квадратным корнем из неотрицательного числа a – $(\sqrt{a})$ – называется неотрицательное число, квадрат которого равен a .

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

Свойства корней

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

Уравнения

Формулы сокращенного умножения

1. Квадрат суммы (разности) $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

2. Разность квадратов $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$

3. Куб суммы (разности) $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 \pm b^3$

4. Сумма (разность) кубов $a^3 \pm b^3 = (a \pm b) \cdot (a^2 \mp a \cdot b + b^2)$

5. $x^n - a^n$ делится на $x - a$ ($n \in \mathbb{N}, x \neq a$)

$$x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-1})$$

6. $x^n + a^n$ делится на $x + a$ ($n \in \mathbb{N}, n - \text{нечетно}, x \neq -a$)

$$x^n + a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots + a^{n-1})$$

7. $x^n - a^n$ делится на $x + a$ ($n \in \mathbb{N}, n - \text{четно}, x \neq -a$)

$$x^n - a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots - a^{n-1})$$

Методы решения уравнений

Перед решением любого уравнения напиши ОДЗ, если оно есть!!!

ОДЗ

Функция	Условие
$y = \frac{g(x)}{f(x)}$	$f(x) \neq 0$
$y = \sqrt{f(x)}$	$f(x) \geq 0$

1. Вынесение общего множителя за скобки.
2. Формулы сокращенного умножения, если произведение (умножение двух скобок равно 0), то приравниваем к нулю каждый множитель и решаем уравнения)

$$f(x) \cdot g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$$

Формулы сокращенного умножения

1. Квадрат суммы (разности) $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

2. Разность квадратов $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$

3. Куб суммы (разности) $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 \pm b^3$

4. Сумма (разность) кубов $a^3 \pm b^3 = (a \pm b) \cdot (a^2 \mp a \cdot b + b^2)$

3. Уравнение вида: $f^2(x) + g^2(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$

4. Группировка (4 одночлена)
5. Замена переменной (3 одночлена)

Неполное квадратное уравнение:

$$x^2 = a$$

1. $a > 0$, 2 корня

$$x_1 = \sqrt{a}, x_2 = -\sqrt{a}$$

2. $a = 0$, 1 корень

$$x = 0$$

3. $a < 0$, нет корней

Теорема Виета

Приведенное квадратное уравнение: $ax^2 + bx + c = 0$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Дискриминант: $D = b^2 - 4ac$

Если $D < 0$, то нет корней $x \in \emptyset$

$D = 0$, то существует один корень $x_1 = x_2$

$D > 0$, то существует два корня x_1, x_2

$$\text{Формула корней: } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Частные случаи:

$$x^2 = a$$

1. $a > 0$, 2 корня

$$x_1 = \sqrt{a}, x_2 = -\sqrt{a}$$

2. $a = 0$, 1 корень

$$x = 0$$

3. $a < 0$, нет корней

Частные случаи:

1) Если $a + b + c = 0$, то $x_1 = 1, x_2 = c/a$.

2) Если $b = a + c$, то $x_1 = -1, x_2 = -c/a$.

Теоремы о равносильности уравнений

Исходное уравнение		Равносильное уравнение (система)
$f(x) = g(x)$	$\Leftrightarrow$	$f(x) + C = g(x) + C$
$f(x) \cdot g(x) = 0$	$\Leftrightarrow$	$\begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$
$\frac{f(x)}{g(x)} = 0$	$\Leftrightarrow$	$\begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases}$
$f^2(x) + g^2(x) = 0$	$\Leftrightarrow$	$\begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$

Методы разложения на множители

- 1) Вынесение общего множителя за скобки
- 2) Разложение квадратного трехчлена на линейные множители (3 одночлена)

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

- 3) Формулы сокращенного умножения

$$1. \text{Квадрат суммы (разности)} \quad (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$2. \text{Разность квадратов} \quad a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

$$3. \text{Куб суммы (разности)} \quad (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 \pm b^3$$

$$4. \text{Сумма (разность) кубов} \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b) \cdot (a^2 \mp a \cdot b + b^2)$$

- 4) Группировка (4 одночлена)

Рациональные уравнения

$$\frac{p(x)}{q(x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} p(x) = 0 \\ q(x) \neq 0 \end{cases}$$

Алгоритм:

1. найти общий знаменатель всех имеющихся дробей;
2. заменить данное уравнение целым, умножив обе его части на общий знаменатель;
3. Решить полученное целое уравнение;
4. Исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.

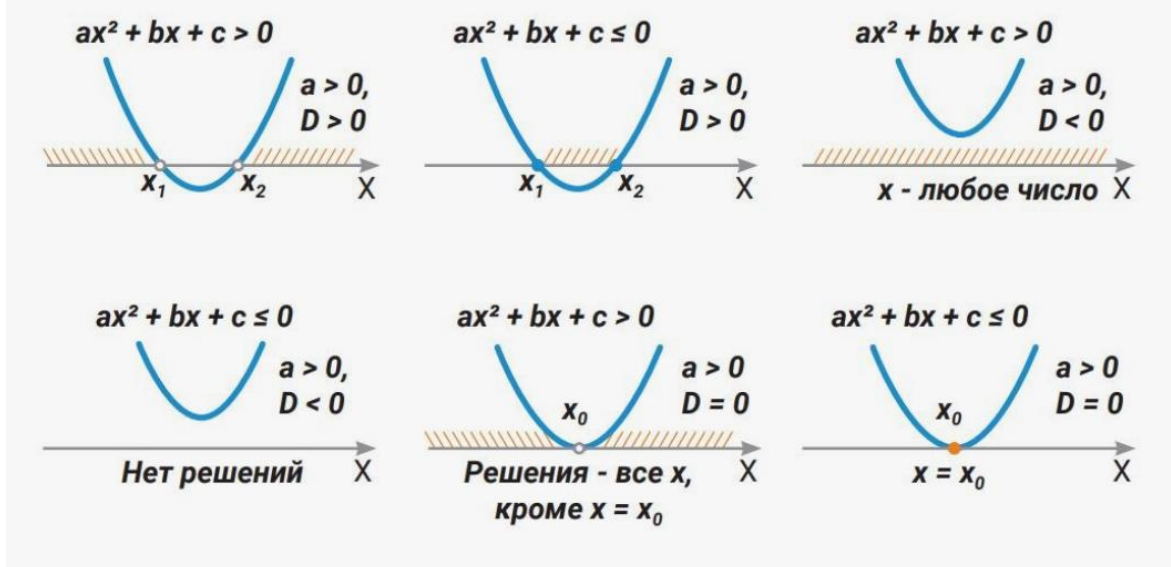
Неравенства

Свойства неравенств

- Если $f(x) > g(x)$, то $g(x) < f(x)$
- Если $f(x) > g(x)$ и $g(x) > h(x)$, то $f(x) > h(x)$
- Если $f(x) > g(x)$ и $c < 0$, то $c \cdot f(x) < c \cdot g(x)$
- Если $f(x) > g(x)$ и $c > 0$, то $c \cdot f(x) > c \cdot g(x)$
- Если $f(x) > g(x)$, то $f(x) \pm c > g(x) \pm c$
- Если $f(x) > g(x)$ и n – натуральное число, то $(f(x))^n > (g(x))^n$
- Если $f(x) > g(x)$, то $\frac{1}{f(x)} < \frac{1}{g(x)}$
- Если $a > b$ и $n > m > 0$, то $a^n > b^m$.

Условия	Название числового промежутка	Аналитическая модель	Символическая запись
Все числа, больше a и меньше b	Интервал	$a < x < b$	$(a; b)$
Все числа, больше или равны a и меньше или равны b	Отрезок	$a \leq x \leq b$	$[a; b]$
Все числа, меньше a	Открытый луч	$x < a$	$(-\infty; a)$
Все числа, больше или равны a	Луч	$x \geq a$	$[a; +\infty)$

Квадратные неравенства



Метод интервалов

Алгоритм решения неравенства методом интервалов:

1. Приравниваем функцию к нулю (находим нули функции) $f(x) = 0$.
2. Находим ОДЗ (для дроби - это знаменатель не равный 0).
3. Отмечаем все полученные точки, только точки не входящие в ОДЗ выкалываем, а остальные смотрим на знак неравенства.
Строгий знак ($>$, $<$) - точка выкалывается, а скобка у числа будет круглая
Нестрогий знак ($\leq$, $\geq$) - точка закрашивается, а скобка у числа будет квадратная
4. Если есть функции в четных степенях (2, 4, 6, ...), то при прохождении через нулевое значение данной функции знак не меняется. Определяем знак крайнего правого интервала (можно просто поставить значение из этого интервала в саму функцию).
5. Выбираем нужный промежуток и записываем ответ. Будь внимателен, если знак нестрогий, то в ответе могут быть записаны точки (проверь каждую точку).