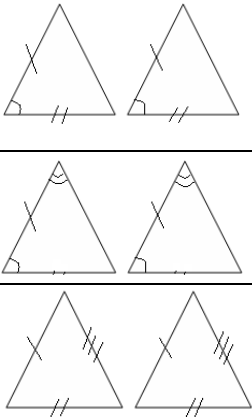
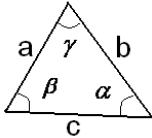
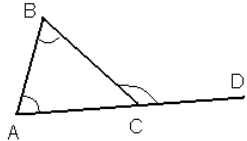
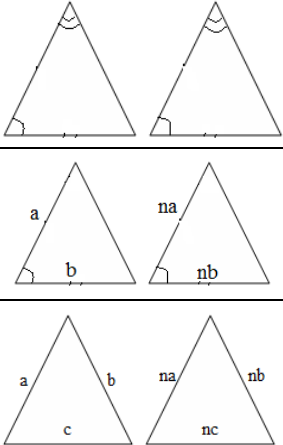
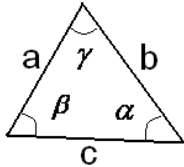
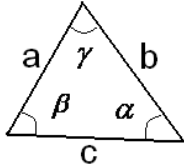
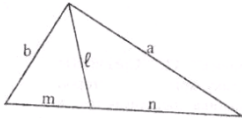
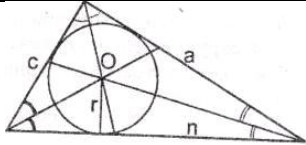
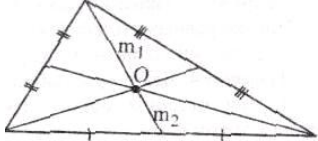
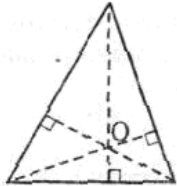
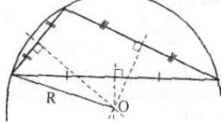
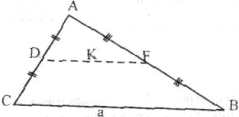
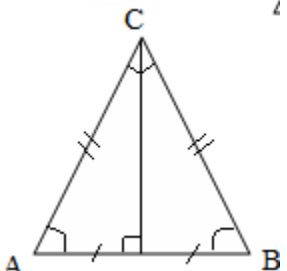
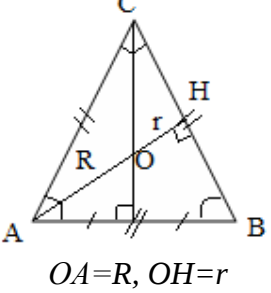
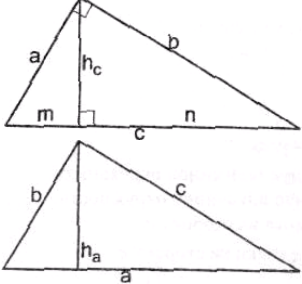


Вспомогалка по треугольникам

Признаки равенства треугольников: Два треугольника равны между собой, если: 1. Две стороны и угол между ними одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу между ними другого; 2. Сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника равны соответственно стороне и прилежащим углам другого. 3. Три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого.	
Теорема. Сумма углов треугольника равна 180^0.	$\alpha + \beta + \gamma = 180^0$ 
Теорема. Против большей стороны в треугольнике лежит больший угол. Против равных сторон лежат равные углы.	
Теорема. Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним. $\angle BCD = \angle BAC + \angle ABC$	
Подобие треугольников Два треугольника подобны, если: 1. Два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника; 2. Две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы образованные этими сторонами равны; 3. Стороны одного треугольника пропорциональны сторонам другого треугольника. Теорема. Отношение периметров двух подобных треугольников равно отношению сходственных сторон (коэффициенту подобия). Теорема. Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия. Теорема. Если у двух треугольников равны высоты, то их площади относятся как основания. Теорема. Если у двух треугольников равны высоты, то их площади относятся как основания.	 $\frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle A_1 B_1 C_1}} = n$ $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A_1 B_1 C_1}} = n^2$

Теорема синусов. Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов. $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$ R - радиус описанной окружности	
Теорема косинусов. $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha,$ α – угол между b и c	
Биссектриса делит угол пополам. Теорема. Биссектриса внутреннего угла треугольника делит противолежащую сторону на отрезки, пропорциональные сторонам, прилежащим к углу. $\frac{m}{n} = \frac{b}{a}$	
Теорема. $S = r \cdot p = \frac{r}{2} \cdot (a + b + c)$ $a + b + c = 2p$ — периметр, $\frac{a + b + c}{2} = p$ — полупериметр. r - радиус вписанной окружности	
Медиана – отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны. Теорема. Медианы треугольника пересекаются в одной точке - центре тяжести треугольника. Центр тяжести делит медианы в отношении 2:1, считая от вершины. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{1}$ Теорема. Медиана треугольника разбивает его на два равновеликих треугольника.	
Высота – перпендикуляр, опущенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону.	
Теорема. Серединные перпендикуляры сторон треугольника пересекаются в одной точке – центре описанной окружности. Теорема. $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$ R – радиус описанной окружности O – центр.	
Средняя линия – отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника. Теорема. Средняя линия треугольника параллельна третьей его стороне и равна ее половине.	

$K = \frac{1}{2} \cdot a; \quad DF \parallel CB$	
Равнобедренный треугольник $AC = BC$ – боковые стороны, AB – основание, C – вершина. Треугольник с двумя равными сторонами. Теорема. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны. Теорема. В равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является биссектрисой и высотой.	
Правильный треугольник (равносторонний) Правильный треугольник – это треугольник, у которого все стороны равны и все углы по 60°. Теорема. Для равностороннего треугольника центры вписанной и описанной окружностей, центр тяжести и ортоцентр совпадают. R – радиус описанной окружности около правильного треугольника со стороной a. r – радиус вписанной окружности около правильного треугольника со стороной a. $R = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ $a = R\sqrt{3} = 2r\sqrt{3}$ $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $S = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$	 $OA=R, OH=r$
Прямоугольный треугольник Теорема. Высота, опущенная из вершины прямого угла треугольника на гипотенузу, есть среднее геометрическое отрезков, на которые делится каждый катет. $h_c = \sqrt{m \cdot n}, \quad h_c^2 = m \cdot n$ Теорема. Катет равен среднему пропорциональному между гипотенузой и проекцией этого катета на гипотенузу. $a^2 = c \cdot m, \quad b^2 = c \cdot n$ Теорема. Напротив угла в 30° лежит катет равный половине гипотенузы. Соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника $\sin$ - отношение между противолежащим катетом и гипотенузой; $\cos$ - отношение между прилежащим катетом и гипотенузой; $\tan$ - отношение между противолежащим и прилежащим катетами; $\cot$ - отношение между прилежащим и противолежащим катетами. Теорема Пифагора. Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов. $c^2 = a^2 + b^2,$	

где a, b - катеты, c - гипотенуза.

Теорема. Центр описанной вокруг прямоугольного треугольника окружности лежит на середине гипотенузы.

$$R = \frac{a}{2}, \quad a - \text{гипотенуза}$$

Теорема. Радиус вписанной в прямоугольный треугольник

окружности равен $r = \frac{b+c-a}{2}$, a - гипотенуза, b, c - катеты

Теорема. Медиана, проведенная из вершины прямого угла равна половине гипотенузы.

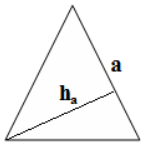
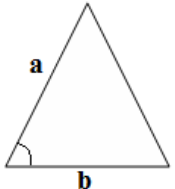
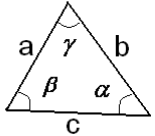
Подобие прямоугольного треугольника

Теорема. Прямоугольные треугольники подобны, если у них по равному острому углу.

Волшебные стороны

Катет	Катет	Гипотенуза
3	4	5
5	12	13
6	8	10
10	24	26

Площади фигур

Площадь треугольника равна половине произведения его сторон на проведенную к ней высоту.	$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$	
Площадь треугольника равна половине произведения двух любых его сторон на синус угла между ними.	$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$	
Формула Герона $S = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$		
$S = r \cdot p = \frac{r}{2} \cdot (a+b+c)$	$a+b+c = 2p$ — периметр, $\frac{a+b+c}{2} = p$ — полупериметр	
Площадь треугольника равна произведению трех его сторон, деленному на учетверенный радиус описанной окружности.	$S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$	

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов.

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

