

Теоретический блок

Признаки равенства треугольников:

Два треугольника равны между собой, если:

1. Две стороны и угол между ними одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу между ними другого;
2. Сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника равны соответственно стороне и прилежащим углам другого.
3. Три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого.

Подобие треугольников

Два треугольника подобны, если:

1. Два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника;
2. Две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы образованные этими сторонами равны;
3. Стороны одного треугольника пропорциональны сторонам другого треугольника.

Теорема. Отношение периметров двух подобных треугольников равно отношению сходственных сторон (коэффициенту подобия).

$$\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta A_1 B_1 C_1}} = n$$

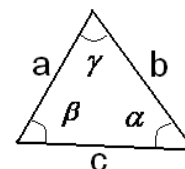
Теорема. Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1 B_1 C_1}} = n^2$$

Теорема синусов. Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

R - радиус описанной окружности



Теорема косинусов.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha,$$

α – угол между b и c

Правильный (равносторонний) треугольник

Правильный треугольник – это треугольник, у которого все стороны равны и все углы по 60° .

Теорема. Для равностороннего треугольника центры вписанной и описанной окружностей, центр тяжести и ортоцентр совпадают.

R – радиус описанной окружности около правильного треугольника со стороной a .

r – радиус вписанной окружности около правильного треугольника со стороной a .

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad r = \frac{a}{2\sqrt{3}} \quad a = R\sqrt{3} = 2r\sqrt{3} \quad H = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad S = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$$

Прямоугольный треугольник

Теорема. Напротив угла в 30° лежит катет равный половине гипотенузы.

Соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника

\sin - отношение между противолежащим катетом и гипотенузой;

\cos - отношение между прилежащим катетом и гипотенузой;

tg - отношение между противолежащим и прилежащим катетами;

ctg - отношение между прилежащим и противолежащим катетами.

Теорема Пифагора. Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$c^2 = a^2 + b^2,$$

где a, b - катеты, c - гипотенуза.

Теорема. Центр описанной вокруг прямоугольного треугольника окружности лежит на середине гипотенузы.

$$R = \frac{a}{2}, \quad a - \text{гипотенуза}$$

Теорема. Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности равен $r = \frac{b + c - a}{2}$

, a - гипотенуза, b, c - катеты

Теорема. Медиана, проведенная из вершины прямого угла равна половине гипотенузы.

Волшебные стороны

Катет	Катет	Гипотенуза
3	4	5
5	12	13
6	8	10
10	24	26