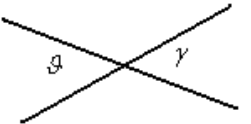
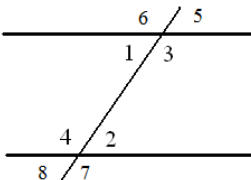
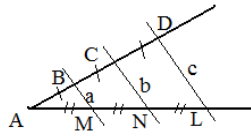
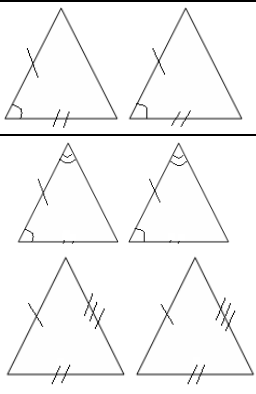


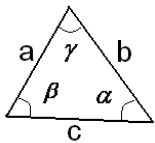
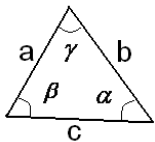
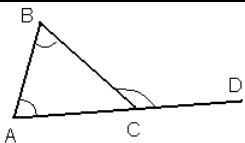
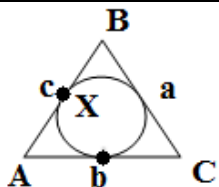
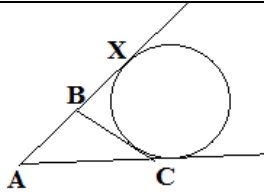
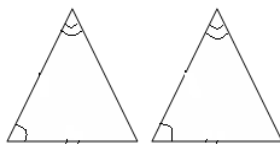
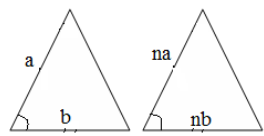
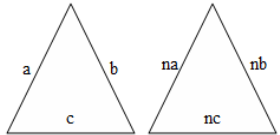
## ПЛАНИМЕТРИЯ

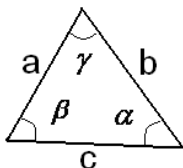
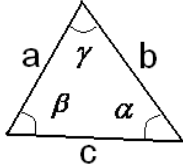
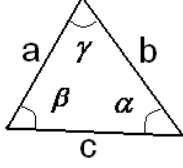
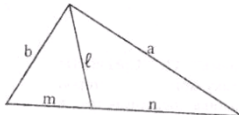
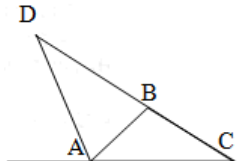
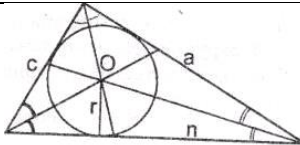
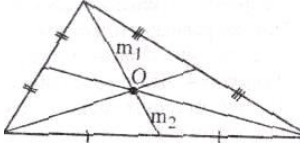
### Угловые соотношения в плоских фигурах

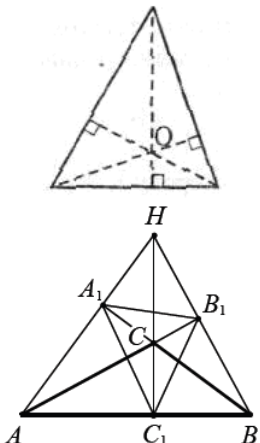
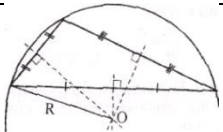
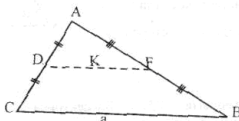
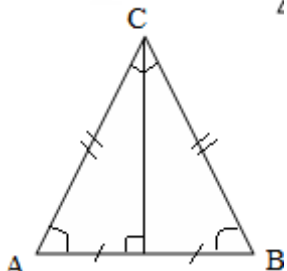
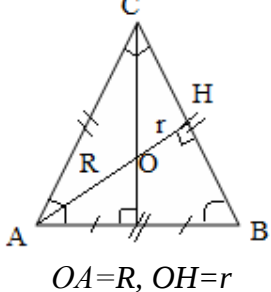
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Теорема.</b> Сумма смежных углов равна <math>180^\circ</math>.<br/> <math>\alpha</math> и <math>\beta</math> – смежные углы</p> <p><b>Теорема.</b> Биссектрисы смежных углов взаимно перпендикулярны.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                          |
| <p><b>Теорема.</b> Вертикальные углы равны.<br/> <math>\gamma</math> и <math>\vartheta</math> – вертикальные углы</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                          |
| <p><b>Теорема.</b> Через каждую точку прямой можно провести перпендикулярную ей прямую, и только одну.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                             |
| <p><b>Теорема.</b> Две прямые, параллельные третьей, параллельны.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                             |
| <p><b>Теорема (свойства).</b> Если две прямые параллельности пересечены секущей, то</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Накрест лежащие углы равны;</li> <li>2. Соответственные углы равны;</li> <li>3. Сумма внутренних односторонних углов равна <math>180^\circ</math>.</li> </ol> <p><math>\angle 1</math> и <math>\angle 2</math>, <math>\angle 3</math> и <math>\angle 4</math> – внутренние накрест лежащие<br/> <math>\angle 2</math> и <math>\angle 3</math>, <math>\angle 1</math> и <math>\angle 4</math> – внутренние односторонние углы<br/> <math>\angle 5</math> и <math>\angle 2</math>, <math>\angle 1</math> и <math>\angle 8</math> – соответственные углы</p> |                                                                                                          |
| <p><b>Признаки параллельности прямых.</b> Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны или соответственные углы равны или сумма внутренних односторонних углов равна <math>180^\circ</math>, то прямые параллельны.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                             |
| <p><b>Теорема Фалеса.</b> Если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной его стороне равные отрезки, то они отсекают равные отрезки и на другой стороне (параллельные прямые, пересекающие две данные прямые и отсекающие на одной прямой равные отрезки, отсекают равные отрезки и на другой прямой).</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |  <p><math>a \parallel b \parallel c \Rightarrow AB = BC = CD</math><br/> <math>AM = MN = NL</math></p> |

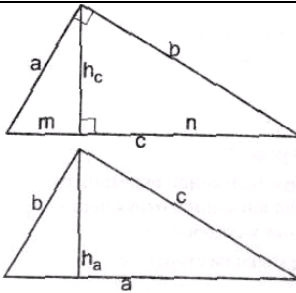
### Треугольники

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Признаки равенства треугольников:</b><br/> Два треугольника равны между собой, если:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Две стороны и угол между ними одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу между ними другого;</li> <li>2. Сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника равны соответственно стороне и прилежащим углам другого.</li> <li>3. Три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого.</li> </ol> |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|

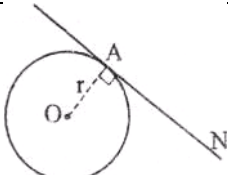
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Теорема.</b> Сумма углов треугольника равна <math>180^0</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <p><b>Теорема.</b> Для существования треугольников со сторонами <math>a</math>, <math>b</math> и <math>c</math> (наибольший отрезок - <math>c</math>) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие</p> $c < a + b.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <p><b>Теорема.</b> Против большей стороны в треугольнике лежит больший угол. Против равных сторон лежат равные углы.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <p><b>Теорема.</b> Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним.</p> $\angle BCD = \angle BAC + \angle ABC$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <p><b>Теорема.</b> В треугольнике со сторонами <math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math> расстояние от вершины <math>A</math> до точек касания вписанной окружности сторон, содержащих эту вершину, равно</p> $AX = p - a = \frac{b + c - a}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <p><b>Теорема.</b> Пусть окружность касается стороны <math>BC</math> треугольника <math>ABC</math> и продолжений сторон <math>AB</math> и <math>AC</math>. Тогда расстояние от вершины <math>A</math> до точки касания окружности с прямой <math>AB</math> равно полупериметру треугольника <math>ABC</math>.</p> $AX = \frac{AB + AC + BC}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <p><b>Подобие треугольников</b><br/> Два треугольника подобны, если:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника;</li> <li>2. Две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы образованные этими сторонами равны;</li> <li>3. Стороны одного треугольника пропорциональны сторонам другого треугольника.</li> </ol> <p><b>Теорема.</b> Отношение периметров двух подобных треугольников равно отношению сходственных сторон (коэффициенту подобия).</p> <p><b>Теорема.</b> Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.</p> <p><b>Теорема.</b> Если у двух треугольников равны высоты, то их площади относятся как основания.</p> <p><b>Теорема.</b> Если у двух треугольников равны высоты, то их площади относятся как основания.</p> <p><b>Теорема.</b> Пусть в треугольнике <math>ABC</math> проведены высоты <math>AA_1</math> и <math>CC_1</math>. Тогда треугольник <math>A_1BC_1</math> подобен данному с коэффициентом подобия, равным <math> \cos B </math>.</p> |    $\frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle A_1B_1C_1}} = n$ $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A_1B_1C_1}} = n^2$ |

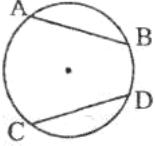
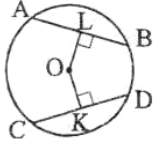
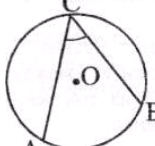
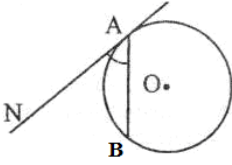
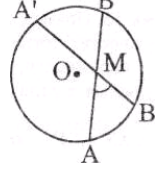
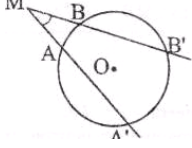
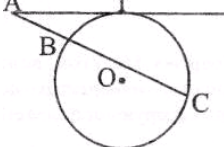
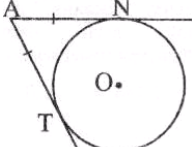
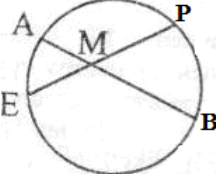
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Теорема синусов.</b> Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.</p> $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$ <p><math>R</math> - радиус описанной окружности</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                           |
| <p><b>Теорема косинусов.</b></p> $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha,$ <p><math>\alpha</math> – угол между <math>b</math> и <math>c</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                           |
| <p><b>Теорема тангенсов.</b></p> $\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)}, \quad a \neq b$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                           |
| <p><b>Биссектриса</b> делит угол пополам.</p> <p><b>Теорема.</b> Биссектриса внутреннего угла треугольника делит противолежащую сторону на отрезки, пропорциональные сторонам, прилежащим к углу.</p> $\frac{m}{n} = \frac{b}{a}$ <p><b>Теорема.</b> Биссектриса <math>AD</math> внешнего угла при вершине <math>A</math> треугольника <math>ABC</math> пересекает прямую <math>BC</math> в точке <math>D</math>, что</p> $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$                                                                                                                                                                       | <br> |
| <p><b>Теорема.</b> Биссектрисы внутренних углов треугольника пересекаются в одной точке - центре вписанной в треугольник окружности.</p> <p><b>Зависимость между сторонами и высотами:</b></p> $h_a : h_b : h_c = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}$ <p><b>Зависимость между высотами и радиусом вписанной окружности:</b></p> $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$ <p><b>Теорема.</b> <math>S = r \cdot p = \frac{r}{2} \cdot (a + b + c)</math></p> $a + b + c = 2p \text{ — периметр,}$ $\frac{a + b + c}{2} = p \text{ — полупериметр.}$ <p><math>r</math> - радиус вписанной окружности</p> |                                                                                         |
| <p><b>Медиана</b> – отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.</p> <p><b>Теорема.</b> Медианы треугольника пересекаются в одной точке - центре тяжести треугольника. Центр тяжести делит медианы в отношении 2:1, считая от вершины.</p> $\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{1}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                         |

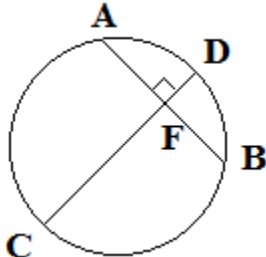
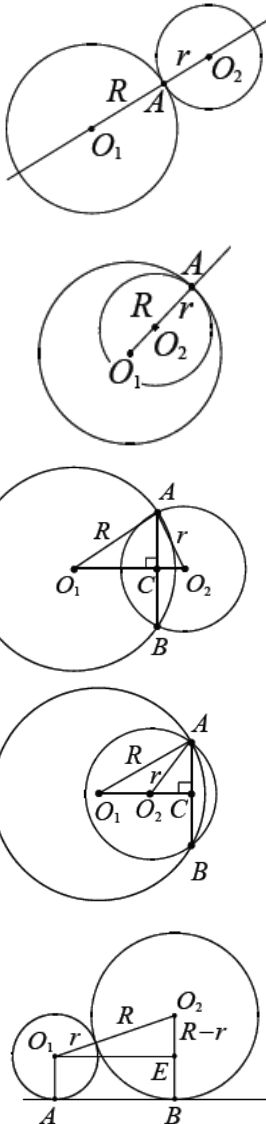
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Теорема.</b> Медиана треугольника разбивает его на два равновеликих треугольника.</p> <p><b>Высота</b> – перпендикуляр, опущенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону.</p> <p><b>Теорема.</b> Высоты треугольника пересекаются в одной точке – ортоцентре треугольника.</p> <p><b>Теорема.</b> Высоты остроугольного треугольника являются биссектрисами его ортотреугольника (треугольник, образованный основаниями высот).</p>                                                                                                                                                                |                                                               |
| <p><b>Теорема.</b> Серединные перпендикуляры сторон треугольника пересекаются в одной точке – центре описанной окружности.</p> <p><b>Теорема.</b> <math>\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R</math></p> <p><math>R</math> – радиус описанной окружности<br/> <math>O</math> – центр.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                               |
| <p>Средняя линия – отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника.</p> <p><b>Теорема.</b> Средняя линия треугольника параллельна третьей его стороне и равна ее половине.</p> $K = \frac{1}{2} \cdot a; \quad DF \parallel CB$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                             |
| <p style="text-align: center;"><b>Равнобедренный треугольник</b></p> <p><math>AC = BC</math> – боковые стороны, <math>AB</math> – основание, <math>C</math> – вершина.</p> <p>Треугольник с двумя равными сторонами.</p> <p><b>Теорема.</b> В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.</p> <p><b>Теорема.</b> В равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является биссектрисой и высотой.</p>                                                                                                                                                                                                        |                                                             |
| <p style="text-align: center;"><b>Правильный треугольник</b><br/>( равносторонний )</p> <p>Правильный треугольник – это треугольник, у которого все стороны равны и все углы по <math>60^\circ</math>.</p> <p><b>Теорема.</b> Для равностороннего треугольника центры вписанной и описанной окружностей, центр тяжести и ортоцентр совпадают.</p> <p><math>R</math> – радиус описанной окружности около правильного треугольника со стороной <math>a</math>.</p> <p><math>r</math> – радиус вписанной окружности около правильного треугольника со стороной <math>a</math>.</p> $R = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ |  <p style="text-align: center;"><math>OA=R, OH=r</math></p> |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                     |            |            |   |   |   |   |    |    |   |   |    |    |    |    |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------|------------|---|---|---|---|----|----|---|---|----|----|----|----|--|
| $a = R\sqrt{3} = 2r\sqrt{3}$<br>$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$<br>$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |            |            |   |   |   |   |    |    |   |   |    |    |    |    |  |
| <p style="text-align: center;"><b>Прямоугольный треугольник</b></p> <p><b>Теорема.</b> Высота, опущенная из вершины прямого угла треугольника на гипотенузу, есть среднее геометрическое отрезков, на которые делится каждый катет.</p> $h_c = \sqrt{m \cdot n}, h_c^2 = m \cdot n$ <p><b>Теорема.</b> Катет равен среднему пропорциональному между гипотенузой и проекцией этого катета на гипотенузу.</p> $a^2 = c \cdot m, b^2 = c \cdot n$ <p><b>Теорема.</b> Напротив угла в <math>30^0</math> лежит катет равный половине гипотенузы.</p> <p><b>Соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника</b></p> <p><math>\sin</math> - отношение между противолежащим катетом и гипотенузой;<br/><math>\cos</math> - отношение между прилежащим катетом и гипотенузой;<br/><math>tg</math> - отношение между противолежащим и прилежащим катетами;<br/><math>ctg</math> - отношение между прилежащим и противолежащим катетами.</p> <p><b>Теорема Пифагора.</b> Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.</p> $c^2 = a^2 + b^2,$ <p>где <math>a, b</math> - катеты, <math>c</math> - гипотенуза.</p> <p><b>Теорема.</b> Центр описанной вокруг прямоугольного треугольника окружности лежит на середине гипотенузы.</p> $R = \frac{a}{2}, a - \text{гипотенуза}$ <p><b>Теорема.</b> Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности равен</p> $r = \frac{b + c - a}{2}, a - \text{гипотенуза}, b, c - \text{катеты}$ <p><b>Теорема.</b> Медиана, проведенная из вершины прямого угла равна половине гипотенузы.</p> <p><b>Подобие прямоугольного треугольника</b></p> <p><b>Теорема.</b> Прямоугольные треугольники подобны, если у них по равному острому углу.</p> <p><b>Волшебные стороны</b></p> <table><tr><td>Катет</td><td>Катет</td><td>Гипотенуза</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>5</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>6</td><td>8</td><td>10</td></tr><tr><td>10</td><td>24</td><td>26</td></tr></table> | Катет                                                                               | Катет      | Гипотенуза | 3 | 4 | 5 | 5 | 12 | 13 | 6 | 8 | 10 | 10 | 24 | 26 |  |
| Катет                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Катет                                                                               | Гипотенуза |            |   |   |   |   |    |    |   |   |    |    |    |    |  |
| 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 4                                                                                   | 5          |            |   |   |   |   |    |    |   |   |    |    |    |    |  |
| 5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 12                                                                                  | 13         |            |   |   |   |   |    |    |   |   |    |    |    |    |  |
| 6                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 8                                                                                   | 10         |            |   |   |   |   |    |    |   |   |    |    |    |    |  |
| 10                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 24                                                                                  | 26         |            |   |   |   |   |    |    |   |   |    |    |    |    |  |

### Окружность

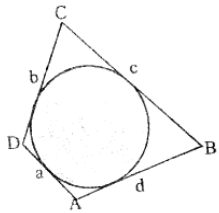
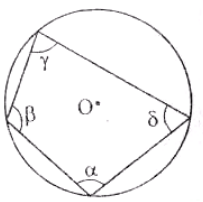
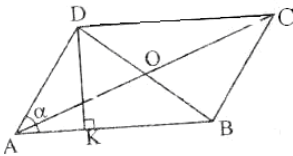
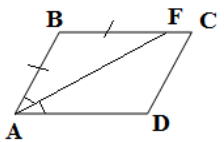
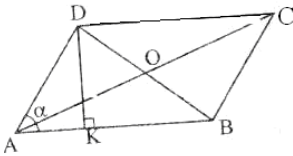
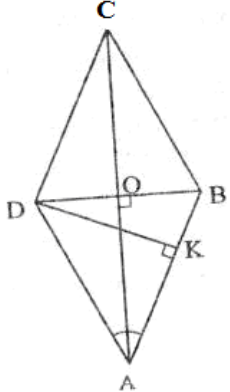
|                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Теорема.</b> Прямая, проходящая через точку окружности, тогда и только тогда касается окружности, когда она перпендикулярна к радиусу, проведенному в эту точку.</p> $OA \perp AN \Rightarrow AN - \text{касательная.}$ |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|

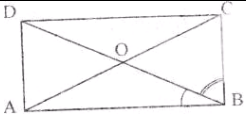
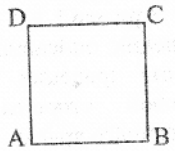
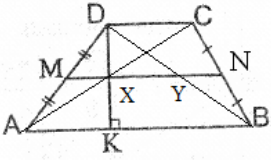
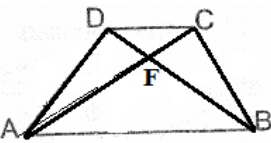
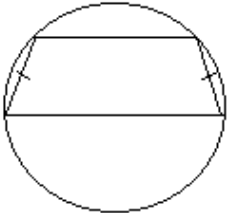
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Теорема.</b> Равные хорды стягивают равные дуги и обратно.<br/> <math>AB = CD \Leftrightarrow \cup AB = \cup CD</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                     |
| <p><b>Теорема.</b> Хорды, равноотстоящие от центра, равны, и наоборот.<br/> <math>OL = OK \Leftrightarrow AB = CD</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                     |
| <p><b>Теорема.</b> Угол, вписанный в окружность, измеряется половиной дуги, на которую он опирается. <math>\angle ACB = \frac{1}{2} \cup AB</math><br/> <i>Следствие.</i> Угол, опирающийся на диаметр - прямой.</p>                                                                                                                                                                   |                                                                                     |
| <p><b>Теорема.</b> Угол между касательной и секущей, проходящей через точку касания, измеряется половиной дуги окружности, лежащей внутри измеряемого угла. <math>\angle BAN = \frac{1}{2} \cup AB</math></p>                                                                                                                                                                          |                                                                                     |
| <p><b>Теорема.</b> Угол с вершиной внутри круга измеряется полусуммой дуги AB и A'B', лежащих соответственно внутри данного угла и угла с ним вертикального.<br/> <math display="block">\angle AMB = \frac{1}{2} \cdot (\cup AB + \cup A'B')</math> В частности, если т. М совпадает с т.О, то <math>\angle AMB = \cup AB</math></p>                                                   |                                                                                    |
| <p><b>Теорема.</b> Угол, образованный двумя секущими, проведенными из внешней точки, измеряется полуразностью дуг A'B' и AB, лежащих внутри его.<br/> <math display="block">\angle AMB = \frac{1}{2} \cdot (\cup A'B' - \cup AB)</math></p>                                                                                                                                            |                                                                                   |
| <p><b>Теорема.</b> Произведение секущей на ее внешнюю часть равно квадрату касательной или касательная равна среднему геометрическому между секущей,<br/>     проведенной из той же точки, и ее внешней частью.<br/> <i>Следствие.</i> Для любой секущей, проведенной через данную точку A, произведение ее длины на внешнюю часть постоянно: <math>AC \cdot AB = C(const)</math>.</p> |  <p><math>AT^2 = AC \cdot AB</math><br/> <math>AT = \sqrt{AC \cdot AB}</math></p> |
| <p><b>Теорема.</b> Две касательные к окружности, проведенные из одной точки, равны между собой: <math>AN=AT</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                   |
| <p><b>Теорема.</b> Если через точку (т. М, см. рис.), взятую внутри круга, проведено сколько угодно хорд (AB, AP, ...), то произведение отрезков каждой хорды есть число постоянное для всех хорд.<br/> <math>AM \cdot MB = EM \cdot MP = \dots = const</math></p>                                                                                                                     |                                                                                   |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Теорема.</b> Радиус (диаметр) CD, перпендикулярный хорде AB, делит хорду пополам.<br/> <math>CD \perp AB \Rightarrow AF = FB</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |   |
| <p><b>Теорема.</b> При любом способе касания точка касания и центры окружностей лежат на одной прямой.<br/> <b>Теорема.</b> При внешнем касании центры окружностей расположены на линии центров по разные стороны от точки касания, при внутреннем – по одну сторону.<br/> <b>Теорема.</b> Расстояние между центрами касающихся окружностей радиусов R и r (<math>r \leq R</math>) равно <math>R + r</math> при внешнем касании и <math>R - r</math> при внутреннем.<br/> <b>Теорема.</b> Центр окружности, описанной около трапеции, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам трапеции.<br/> <b>Теорема.</b> Пересекающиеся окружности в точках A и B имеют общую хорду AB.<br/> <b>Теорема.</b> Общая хорда перпендикулярна линии центров и делится ею пополам.</p> <p><b>Теорема.</b> Отрезок общей внешней касательной к двум касающимся окружностям радиусов r и R равен <math>2\sqrt{Rr}</math>.</p> |  |

### Многоугольники

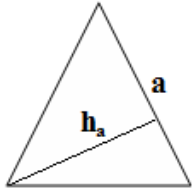
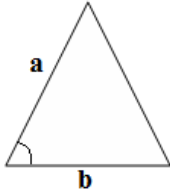
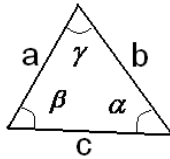
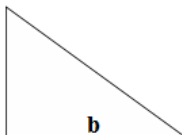
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p><b>Теорема.</b> Сумма внутренних углов выпуклого n - угольника равна <math>180^\circ \cdot (n - 2)</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |
| <p style="text-align: center;"><b>Правильный многоугольник</b></p> <p><b>Теорема.</b> Каждый угол правильного n – угольника равен <math>\alpha_n = \frac{180^\circ (n-2)}{n}</math>.<br/> <b>Теорема.</b> Окружность, вписанная в правильный n – угольник, касается всех сторон n – угольника в их серединах.<br/> <b>Теорема.</b> Центр окружности, описанной около правильного n – угольника совпадает с центром окружности, вписанной в тот же n – угольник.<br/> <b>Теорема.</b> Длина стороны правильного n – угольника, вписанного в</p> |  |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>окружность радиуса <math>R</math> равна <math>a = 2R \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}</math>.</p> <p><b>Теорема.</b> Длина стороны правильного <math>n</math> – угольника, описанного около окружности радиуса <math>r</math> равна <math>a = 2r \cdot \tan \frac{180^\circ}{n}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Четырехугольники</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <p>Диагонали <math>AC=d_1</math>, <math>OB=d_2</math>, <math>O_1O_2=m</math> (<math>m.O_1</math> и <math>O_2</math>— середины диагоналей), то справедливы :</p> <p><b>Теорема.</b> Для всякого выпуклого четырехугольника</p> $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = d_1^2 + d_2^2 + 4 \cdot m^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <p><b>Теорема.</b> В четырехугольник можно вписать окружность тогда и только тогда когда, <math>a+c=b+d</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                               |
| <p><b>Теорема.</b> Около четырехугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда <math>\alpha + \gamma = \beta + \delta</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                               |
| <b>Параллелограмм</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <p><b>Теорема.</b> Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.</p> <p><b>Теорема.</b> У параллелограмма противоположные стороны равны, противоположные углы равны.</p> <p><b>Теорема.</b> Биссектриса угла параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник.</p> $\angle BAF = \angle FAD \Rightarrow AB = BF$ <p><b>Теорема.</b> Диагональ параллелограмма разбивает его на два равновеликих треугольника.</p> $S_{ADC} = S_{ACB}$ $S_{ADB} = S_{BDC}$ <p><b>Формулы:</b></p> $S = DK \cdot AB = AD \cdot AB \cdot \sin \alpha$ $AC^2 + BD^2 = 2 \cdot (AB^2 + AD^2)$ |    |
| <b>Ромб</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <p><b>Определение.</b> Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны.</p> <p><b>Теорема.</b> Диагонали ромба пересекаются под прямым углом. Диагонали ромба являются биссектрисами его углов.</p> <p><b>Формулы:</b></p> $AC^2 + BD^2 = 4 \cdot AD^2 \quad S = AD^2 \cdot \sin \angle A = AD \cdot DK = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot AC$ <p>Заметим, что ромб – параллелограмм, поэтому свойства параллелограмма сохраняются.</p>                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                             |

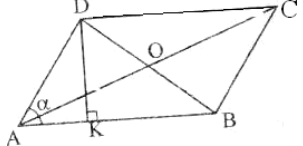
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p style="text-align: center;"><b>Прямоугольник</b></p> <p><b>Определение.</b> Прямоугольник – это параллелограмм, у которого все углы прямые.</p> <p><b>Теорема.</b> Диагонали прямоугольника равны.</p> <p><b>Формулы:</b><br/> <math>S = AB \cdot AD</math></p> <p><b>Посмотри!!!</b> Прямоугольник - это параллелограмм, поэтому свойства параллелограмма сохраняются.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                     |
| <p style="text-align: center;"><b>Квадрат</b></p> <p><b>Определение.</b> Квадрат - частный случай прямоугольника.</p> <p><b>Свойства квадрата:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• все стороны равны;</li> <li>• все углы прямые;</li> <li>• диагонали равны и пересекаются под прямым углом и являются биссектрисами его углов.</li> </ul> <p><b>Формулы:</b> <math>S = AB^2 = \frac{1}{2} \cdot AC^2</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                     |
| <p style="text-align: center;"><b>Трапеция</b></p> <p><b>Определение.</b> Трапецией называется четырехугольник, у которого только две противоположные стороны параллельны.</p> <p>где <math>MN</math> — средняя линия трапеции;</p> <p><b>Определение.</b> Если у трапеции боковые стороны равны, то такая трапеция называется <i>равнобокой (равнобедренной)</i>.</p> <p><b>Теорема.</b> Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.</p> $MN = \frac{AB + DC}{2}$ <p><b>Теорема.</b> Середина диагоналей трапеции параллельна основаниям и равна их полуразности.</p> $XY = \frac{AB - DC}{2}$ <p><b>Теорема.</b> Проекция боковой стороны равнобедренной трапеции на большее основание равна полуразности оснований, а проекция диагонали – полусумме оснований (средней линии).</p> $AK = \frac{AB - DC}{2}$ $BK = \frac{AB + DC}{2}$ <p><b>Теорема.</b> Трапеция разбивается диагоналями на два равновеликих треугольника (примыкающих к боковым сторонам <math>S_{ADF} = S_{BFC}</math>) и два подобных треугольника (примыкающих к основаниям <math>\triangle AFB</math> и <math>\triangle DFC</math>).</p> <p><b>Теорема.</b> Трапеция вписана в некоторую окружность тогда и только тогда, когда она является равнобедренной.</p> <p><b>Формулы:</b><br/> <math>S = \frac{1}{2} \cdot DK \cdot (AB + DC) = MN \cdot DK</math></p> | <br><br> |

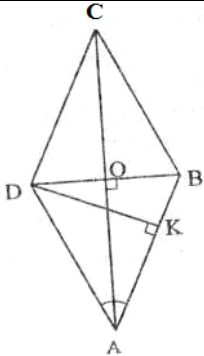
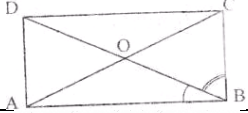
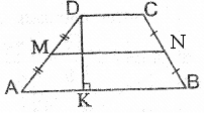
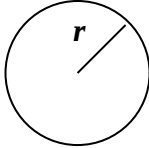
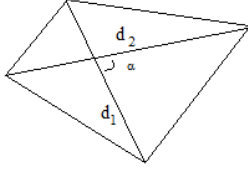
Площади фигур

Треугольники

|                                                                                                                 |                                                                   |                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Площадь треугольника равна половине произведения его сторон на проведенную к ней высоту.                        | $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$                               |    |
| Площадь треугольника равна половине произведения двух любых его сторон на синус угла между ними.                | $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$               |    |
| Формула Герона<br>$S = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$                                            |                                                                   |    |
| $S = r \cdot p = \frac{r}{2} \cdot (a+b+c)$                                                                     | $a+b+c = 2p$ — периметр,<br>$\frac{a+b+c}{2} = p$ — полупериметр. |                                                                                       |
| Площадь треугольника равна произведению трех его сторон, деленному на учетверенный радиус описанной окружности. | $S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$                                |                                                                                       |
| Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов.                                        | $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$                                 |  |

Четырехугольники

|                 |                                                                                   |                                                                                       |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Четырехугольник | $S = \sqrt{(p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c) \cdot (p-d)},$<br>где $p$ - полупериметр |                                                                                       |
| Квадрат         | $S = a^2$                                                                         |  |
| Параллелограмм  | $S = DK \cdot AB$<br>$S = AD \cdot AB \cdot \sin \alpha$                          |  |

|                                                                                                                                        |                                                                                                    |                                                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны.                                                                               | $S = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot AC$                                                                |    |
| Прямоугольник – это параллелограмм, у которого все углы прямые.                                                                        | $S = AB \cdot AD$                                                                                  |    |
| Трапецией называется четырехугольник, у которого только две противоположные стороны параллельны.<br>где $MN$ — средняя линия трапеции. | $S = \frac{1}{2} \cdot BK \cdot (AD + BC)$<br>$S = MN \cdot BK$                                    |    |
| Площадь выпуклого четырехугольника                                                                                                     | $S = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2 \cdot \sin \alpha$<br>где $\alpha$ - угол между $d_1$ и $d_2$ |                                                                                       |
| Круг                                                                                                                                   | $S = \pi r^2$                                                                                      |  |
| Круговой сектор                                                                                                                        | $S = \frac{\pi r^2}{360^\circ} \cdot \alpha$                                                       |  |