Методы решения уравнений

1. Метод разложения на множители

Метод основывается на вынесении общего «неизвестного» или числа за скобки и приравнивании к нулю всего выражения. Пример:

$$x^2 + 3x = 0$$

Первое уравнение эквивалентно получившемуся. Выносим общий множитель - x:

$$x(x + 3) = 0$$

Отсюда следует, что либо $x = 0$, либо $x + 3 = 0$. У нас получается 2 корня уравнения: 0 и -3.

Именно так проявляется и используется метод разложения на множители.

2. Метод замены переменной

Этот метод используется для решения биквадратных уравнений, про которые я говорила в предыдущей части. Суть метода заключается в том, чтобы найти удобное значение вводимой переменной для более легкого решения. Обычно новые переменные обозначаются буквой t. Пример уравнения:

$$x^4 - 5x^2 - 36 = 0$$

Введем переменную $t = \mathrm{x}^2$. Получается квадратное уравнение, которое с легкостью можно решить через дискриминант.

$$t^2 - 5t - 36 = 0$$

$$D = 5 * 5 - 4 * (-36) = 25 + 144 = 169 > 0, 2\ \text{корня}$$

$$t_1 = \frac{5 + 13}{2} = 9$$

$$t_2 = \frac{5 - 13}{2} = -4$$

Но это не будет окончательным ответом. Зная значение переменной, которую мы ввели узнаем значения x

$$x_1 = \sqrt{9} = 3$$

$$x_2 = \sqrt{9} = -3$$

$$x_3 = \sqrt{-4} = \text{ не может быть, так как число отрицательное}$$

Таким образом мы получили 2 корня уравнения: -3; 3.

3. Метод решения уравнения при помощи теоремы Виета

Этот метод можно использовать только для приведенных уравнений. Приведенными уравнениями называют уравнения, в которых коэффициент а равен 1. Рассмотрим метод:

$x^2+px+q=0$ - приведенное уравнение, так как коэффициента а нет, он равен 1.

Используя теорему Виета, мы знаем что $x_1+x_2=-p,$ а $x_1*x_2=q$. В данном случае x_1 и x_2 будут корнями уравнения, если будут выполнять условия.

Но, у теоремы Виета бывают частные случаи при решении уравнений вида $ax^2+bx+c=0$, которые также могут попасться на экзамене.

1) если $a+b+c=0$, то $x_1=1, x_2=\frac{c}{a}$

2) если $a+c=b$, то $x_1=-1, x_2=-\frac{c}{a}$

4. Метод равносильных преобразований

Этот метод используется для решения дробных рациональных уравнений. Для начала нам нужно перенести правую часть в левую и привести к общему знаменателю, после чего избавиться от него. Также необходимо найти область допустимых значений (ОДЗ). После того, как мы избавились от знаменателя с помощью нескольких преобразований мы получили какое-либо линейное уравнение, которое можно решить любым удобным способом.

$\frac{x}{x+2}+\frac{x+2}{x-2}=\frac{8}{x^2-4}$

ОДЗ: $(x-2)(x+2)\neq 0$

$x\in(-\infty;\ -2)\cup(-2;2)\cup(2;\ +\infty)$

Приводим к общему знаменателю $(x-2)(x+2)$:

$\frac{x^{\backslash x-2}}{x+2}+\frac{x+2^{\backslash x+2}}{x-2}-\frac{8^{\backslash 1}}{x^2-4}=0$

$x^2-2x+x^2+4x+4-8=0$

$2x^2+2x-4=0$

Получившееся квадратное уравнение можно решить любым удобным способом, после чего мы получим корни $[-2;\ 1]$. Корень -2 не подходит по ОДЗ, поэтому решением уравнения является 1